

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دورة: جوان 2013

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعب: آداب وفلسفة + لغات أجنبية

المدة: 02 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

(v_n) متتالية هندسية حدّها الأول $v_0 = 2$ وأساسها 3.

1- أ) عبّر عن v_n بدلالة n .

ب) احسب بدلالة n الفرق $v_{n+1} - v_n$ ، ثم استنتج اتجاه تغيّر المتتالية (v_n).

2- نضع، من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$.

أ) احسب بدلالة n المجموع S_n .

ب) عيّن قيمة العدد الطبيعي n بحيث: $S_n = 80$.

ج) أثبت بالتراجع أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $3^n - 1$ يقبل القسمة على 2.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

1- هل العددين 2013 و 718 متوافقان بترديد 7 ؟

2- أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^6 على 7.

ب) استنتج أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n : $4^{6n} - 1 \equiv 0[7]$.

3- أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2013 و 718 على 7.

ب) بيّن أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $3 \times 718^{6n} + 2013$ يقبل القسمة على 7.

4- أ) تحقّق أنّ: $1434 \equiv -1[7]$.

ب) عيّن الأعداد الطبيعية n ، الأصغر من 25، بحيث: $1434^{2n} + n \equiv 0[7]$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

في الشكل المقابل، المنحنى (C) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي:

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$$

والمستقيم (Δ) هو مماس للمنحنى (C) عند مبدأ المعلم O ، حيث: $y = g(x)$ معادلة له.

I) بقراءة بيانية، عيّن:

1- عدد نقط تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل.

2- إشارة $f(x)$ على \mathbb{R} .

3- عدد حلول المعادلة: $f(x) = g(x)$

II) باستعمال عبارة الدالة f :

1- أ) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

ب) احسب $f'(x)$ ، ثم ادرس إشارتها.

ج) شكّل جدول تغيرات الدالة f .

2- أ) أثبت أنه، من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f(x) = x(x-2)^2$$

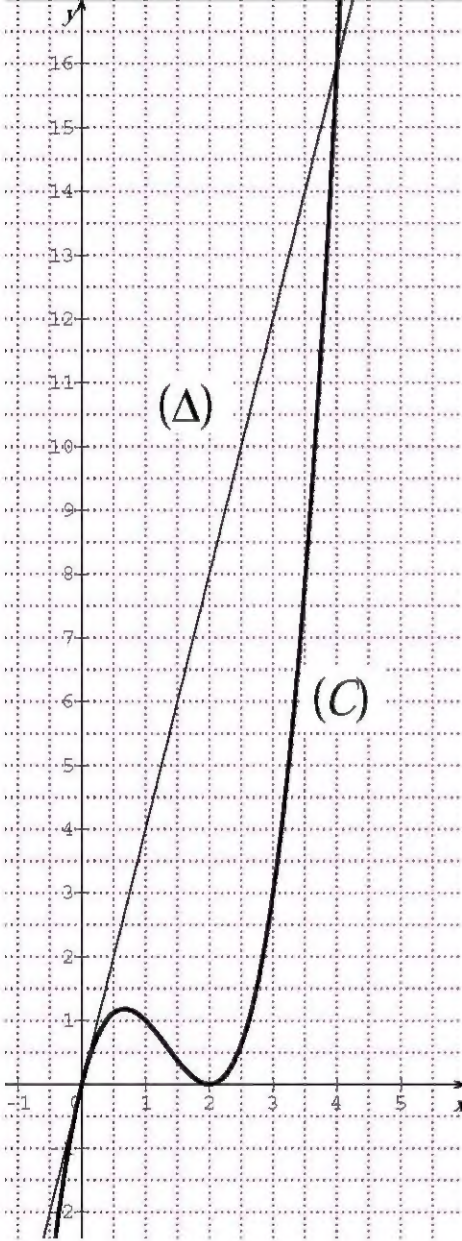
ب) عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل.

3- أ) بيّن أن: $g(x) = 4x$.

ب) عيّن فواصل نقط تقاطع (C) مع (Δ) .

4- بيّن أن، (C) يقبل نقطة انعطاف فاصلتها $\frac{4}{3}$.

5- عيّن بيانياً، مجموعة قيم الوسيط الحقيقي m ، التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x) = m$ ثلاثة حلول متميزة.



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

- (u_n) متتالية حسابية حدّها الأول u_0 وأساسها 5 بحيث: $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 = 34$.
- 1- احسب u_0 .
 - 2- بيّن أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 5n + 1$.
 - 3- عيّن العدد الطبيعي n بحيث: $u_{n+1} + u_n - 8n = 4033$.
 - 4- احسب المجموع: $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{2013}$.
 - 5- المتتالية العددية (v_n) معرفة على \mathbb{N} بالعلاقة: $v_n = 2u_n + 1$.
- أ) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (v_n).
- ب) احسب المجموع: $S' = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{2013}$.

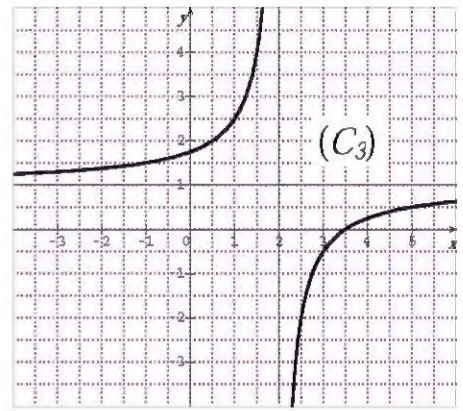
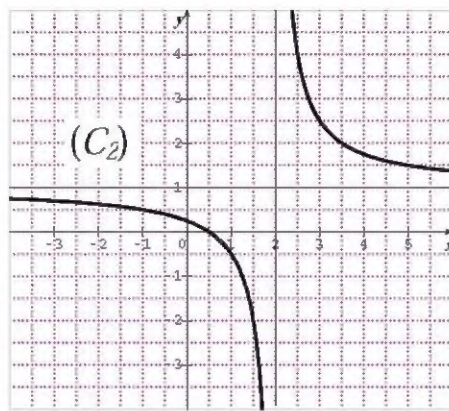
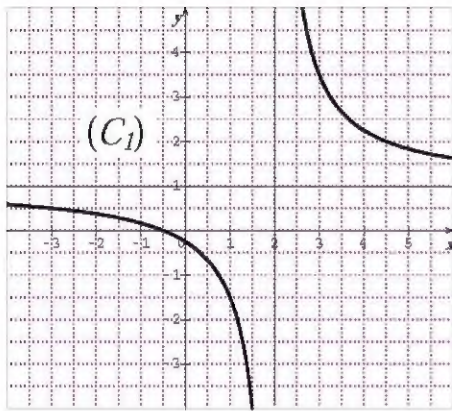
التمرين الثاني: (06 نقاط)

- a و b عدنان صحيحان حيث: $a \equiv 2[7]$ و $b \equiv 6[7]$.
- 1- عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد $3a + b$ على 7.
 - 2- عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2 + 3b^2$ على 7.
 - 3- أ) تحقّق أنّ: $b \equiv -1[7]$.
- ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين b^{2013} و b^{1434} على 7.
- 4- عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث: $(a + b)^n + n \equiv 0[7]$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

- f الدالة المعرفة على $]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$ بالعلاقة: $f(x) = \frac{2x-1}{2x-4}$ و (C) المنحنى البياني الممثل لها في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- 1- بيّن أنّه، من أجل كل x من $]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$ ، $f(x) = 1 + \frac{3}{2x-4}$.
 - 2- هل النقطة $A\left(1; -\frac{1}{2}\right)$ تنتمي إلى (C) ؟

- 3- أ) احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالي مجموعة تعريفها.
- ب) استنتج أن (C) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلة لكل منهما.
- 4- احسب $f'(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f .
- 5- جد فواصل نقط المنحنى (C) ، التي يكون معامل توجيه المماس عندها يساوي $-\frac{3}{2}$.
- 6- جد إحداثيات نقط تقاطع (C) مع كل من حامل محور الفواصل وحامل محور الترتيب.
- 7- عيّن، مع التبرير، المنحنى (C) من بين المنحنيات (C_1) ، (C_2) ، (C_3) الممثلة أدناه.



العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
الموضوع الأول		
التمرين الأول: (06ن)		
2.5	1	1 (أ) $v_n = v_0 q^n$ أي $v_n = 2.3^n$
	0.5+1	ب) $v_{n+1} - v_n = 2.3^{n+1} - 2.3^n = 4.3^n$ بما أن: $v_{n+1} - v_n > 0$ فإن (v_n) متزايدة تماماً
3.5	1+0.5	2 (أ) المجموع $S_n = v_0 \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$ أي $S_n = 2 \frac{1-3^{n+1}}{1-3} = 3^{n+1} - 2$ ومنه: $S_n = 3^n - 1$
	2×0.5	ب) $S_n = 80$ أي $3^n - 1 = 80$ ، $3^n = 81$ ، ومنه $n = 4$
	0.75+0.25	جـ) التحقق من أجل $n = 0$ ثم التوريث
التمرين الثاني: (06ن)		
1	1	1. العددان متوافقان بترديد $7 \times 185 = 1295$ ، $2013 - 718 = 1295$ (تقبل أي طريقة صحيحة)
1.25	0.5	2. (أ) $4^6 \equiv 1[7]$ الباقي 1
	0.75	ب) $4^{6n} - 1 \equiv 0[7]$
1.5	2×0.5	3. (أ) $718 \equiv 4[7]$ و $2013 \equiv 4[7]$
	0.5	ب) $3 \times 718^{6n} + 2013 \equiv 3 \times 4^{6n} + 4[7]$ ومنه: $3 \times 718^{6n} + 2013 \equiv 0[7]$...
2.25	0.5	4. (أ) التحقق من أن $1434 \equiv -1[7]$
	2×0.5	ب) $1434^{2n} \equiv 1[7]$ و $n \equiv 6[7]$ أو $n = 7k + 6$
	0.75	$n \in \{6, 13, 20\}$
التمرين الثالث : (08ن)		
1.5	0.5	(I) 1) عدد نقط تقاطع (C_f) مع محور الفواصل هو 2
	0.5	2) إشارة $f(x)$ على \mathbb{R} : إذا كان: $x \leq 0$ فإن: $f(x) \leq 0$ وإذا كان: $x \geq 0$ فإن: $f(x) \geq 0$...
	0.5	3) عدد حلول المعادلة: $f(x) = g(x)$ هو حلان
3	2×0.5	(II) 1 (أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
	1+0.5	ب) حساب $f'(x) = 3x^2 - 8x + 4$: إشارة $f'(x)$: $f'(x) \geq 0$: $x \in [2; +\infty[$ ، $f'(x) < 0$ و $x \in]-\infty; \frac{2}{3}]$ ، $x \in]\frac{2}{3}; 2]$
	0.5	جـ) جدول تغيرات الدالة f :

1.5	0.5	(2) أ) التحقق أن: $f(x) = x(x-2)^2$
	2×0.25	ب) التقاطع مع محور الفواصل $O(0;0)$ و $A(2;0)$
	0.5	(3) أ) تبيان أن: $g(x) = 4x$
2	0.75	ب) تعيين فواصل نقاط تقاطع (C) مع (Δ): $x^2(x-4)=0$ ، $x=0$ أو $x=4$
	0.75	(4) $f'(x) = 6x - 8$ ، $x = \frac{4}{3}$ ، إشارة $f'(x)$
	0.5	(5) $m \in \left] 0; \frac{32}{27} \right[$
<u>الموضوع الثاني</u>		
<u>التمرين الأول: (06ن)</u>		
2	1.5	1. $4u_0 + 30 = 34$ ومنه $u_0 = 1$
	0.5	2. $u_n = 1 + 5n$
1	1	3. $n = 2013$
1	1	4. $S = \frac{2014}{2}(u_0 + u_{2013})$ ومنه $S = 10137469$
1	0.5+0.5	5. أ) $v_{n+1} - v_n = 10$ أي (v_n) متزايدة تماما.
1	1	ب) $S' = 2S + 2014$ ومنه $S' = 20276951$
<u>التمرين الثاني: (06ن)</u>		
1	1	1. $3a \equiv 6[7]$ و $3a + b \equiv 12[7]$ ومنه $3a + b \equiv 5[7]$
1.5	3×0.5	2. $a^2 \equiv 4[7]$ و $3b^2 \equiv 3[7]$ ومنه $a^2 + 3b^2 \equiv 7[7]$ أي $a^2 + 3b^2 \equiv 0[7]$
1.5	0.5	3. أ) التحقق: $b \equiv -1[7]$
	2×0.5	ب) $b^{2013} \equiv 6[7]$ و $b^{1434} \equiv 1[7]$
2	2×0.5	4. لدينا: $a + b \equiv 1[7]$ ومنه $(a+b)^n \equiv 1[7]$
	0.5	وبالتالي: $(a+b)^n + n \equiv 0[7]$ يكافئ $1 + n \equiv 0[7]$
	0.5	أي: $n = 7k + 6$ مع $k \in \mathbb{N}$

التمرين الثالث: (08 ن)

0.5	0.5 $f(x) = 1 + \frac{3}{2x-4}$ (1)
0.5	0.5 $f(1) = -\frac{1}{2}$ إذن: $A \in (C)$ (2)
	 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ (3)
1	4×0.25 $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$
0.5	2×0.25 ب) المستقيمان المقاربان: $x=2$ ، $y=1$
1	1 $f'(x) = \frac{-6}{(2x-4)^2}$ (4)
0.5	2×0.25 من أجل كل $x \neq 2$ $f'(x) < 0$ و منه: f متناقصة تماما
0.5	0.5 جدول التغيرات:
1.5	3×0.5 $f'(x) = -\frac{3}{2}$ معناه: $x=1$ أو $x=3$ (5)
		توجد نقطتان من (C) يكون فيهما معامل توجيه المماس يساوي $-\frac{3}{2}$.
1	0.5 التقاطع مع محور الفواصل: $E\left(\frac{1}{2}; 0\right)$ (6)
	0.5 التقاطع مع محور الترتيب: $F\left(0; \frac{1}{4}\right)$
1	1 (7) (C) هو (C_2) لأن: مثلا f متناقصة وتمر من النقطة $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$